

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Ларионов А.Н.,  
Чернышёв В.В.,  
Ларионова Н.Н.**

# **МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН**

*УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ*

по специальностям:

<i>физика</i>	<i>010701</i>	<i>(010400)</i>
<i>микроэлектроника и полупроводниковые приборы</i>	<i>010803</i>	<i>(014100)</i>
<i>радиофизика и электроника</i>	<i>010801</i>	<i>(013800)</i>

ВОРОНЕЖ

2005

Утверждено научно-методическим советом физического факультета  
2005 г. протокол № 5

Авторы: Ларионов А.Н.,  
Чернышёв В.В.,  
Ларионова Н.Н.

Учебное пособие подготовлено на кафедре общей физики физического факультета Воронежского государственного университета.

Рекомендуется для студентов физического факультета специальностей: 010701 (физика), 010803 (микроэлектроника и физика полупроводников), 4 курса дневной формы обучения, специальности 010801 (радиофизика и электроника) 2 курса вечерней формы обучения.

## ВВЕДЕНИЕ

К линейным компонентам электрических и радиотехнических цепей с сосредоточенными параметрами относят резисторы, конденсаторы и индуктивные катушки. Основными параметрами их являются соответственно активное сопротивление ( $R$ ), индуктивность ( $L$ ) и емкость ( $C$ ). В большинстве случаев измерять эти параметры можно путем сравнения с соответствующими образцовыми элементами – мерами, которые выполняют в виде декадных магазинов  $R$ ,  $L$  или  $C$ , иногда снабжаемых переменными резисторами, вариометрами или воздушными конденсаторами для установления промежуточных значений этих величин. Каждый магазин характеризуется определенным значением как основной погрешности при нормальных условиях эксперимента, так и дополнительными погрешностями, вызываемыми, например, влиянием поверхностного эффекта, наличием индуктивности у проволочных резисторов, междувитковых емкостей у образцовых индуктивностей.

При выполнении точных измерений необходимо учитывать возможность появления этих погрешностей и компенсировать их влияние на результат измерения введением поправок или применением другого метода измерения.

Методы измерения сопротивления, индуктивности и емкости можно разделить на три группы: 1) с помощью *амперметра и вольтметра*; 2) *мостовой метод*, при котором измеряемое активное и реактивное сопротивление сравнивают с сопротивлениями рабочих элементов, включенных в соответствующие плечи мостовой схемы; 3) *резонансный метод*, когда измерения производят при резонансной настройке измерительной схемы, выполненной в виде колебательного контура.

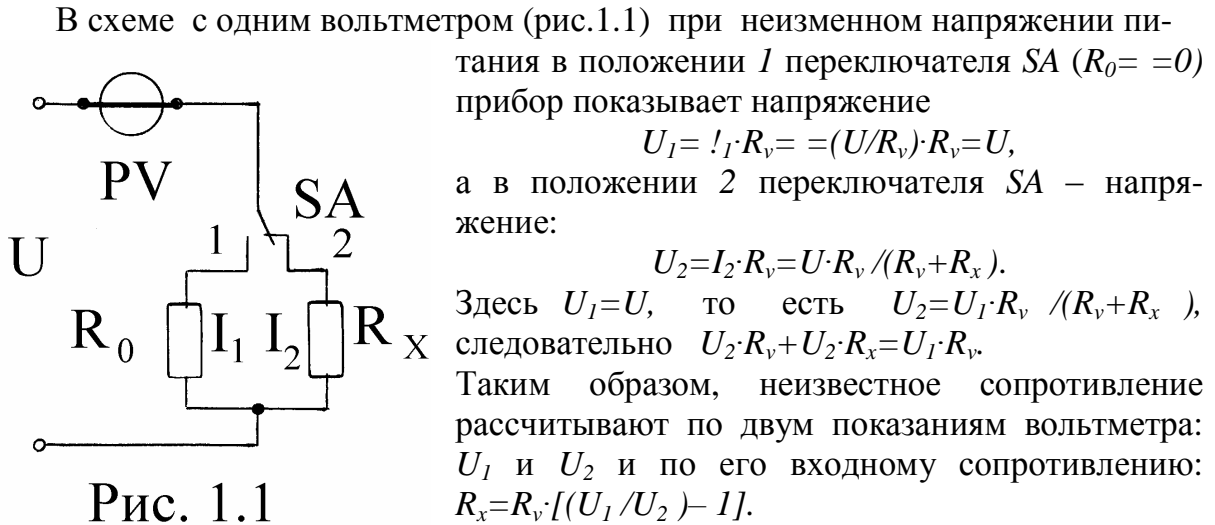
Выбор метода измерения определяется требуемой точностью и диапазоном частот, в котором должны работать исследуемые компоненты схемы. В частности, на высоких частотах необходимо учитывать собственную емкость катушек индуктивности и параметры измерительной схемы, которые при низких частотах не играют существенной роли. Каждый из перечисленных методов можно сочетать с методом замещения для получения более точных результатов.

### 1. ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ АМПЕРМЕТРА И ВОЛЬТМЕТРА

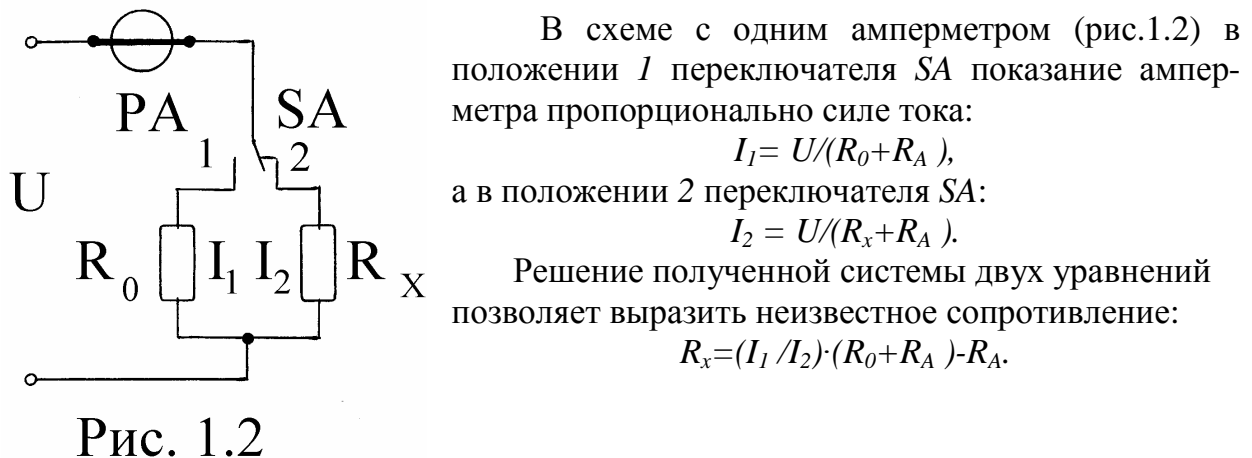
Сопротивления относятся к числу важнейших параметров электронных устройств. В практике измерений возникает необходимость определения сопротивлений от  $10^{-8}$  до  $10^{16}$  Ом. Условно сопротивления делят на три группы: малые – до 1 Ом, средние – от 1 Ом до  $10^5$  Ом и большие – свыше  $10^5$  Ом. Выбор метода и средства измерения сопротивления в каждом конкретном случае зависит от значения сопротивления, требований к точности и от условий измерений.

Метод амперметра и вольтметра является одним из наиболее простых, но и не менее точных методов измерения сопротивления. Он заключается в измерении тока или напряжения, функционально связанного с измеряемым сопротивлением, и основан на применении закона Ома.

### 1.1. Схема с одним вольтметром



### 1.2. Схема с одним амперметром



### 1.3. Схема с амперметром и вольтметром

При известном входном сопротивлении используемых приборов неизвестное сопротивление  $R_x$  при положении 1 переключателя SA рассчитывают по формуле:

$$R'_x = (U_v / I_A) - R_A.$$

Относительная погрешность при этом не превышает значения:

$$\delta' = (R_A / R_x) \cdot 100\%.$$

В положении 2 переключателя  $SA$  неизвестное сопротивление рассчитывают по формуле:

$$R''_x = U_v / [I_A - (U_v / R_v)],$$

а погрешность измерения сопротивления не превышает значения:

$$\delta'' = -R_x / (R_x - R_v) \cdot 100\%.$$

Приведенные формулы показывают, что схемы включения амперметра и вольтметра (рис.1.3) при положениях 1 и 2 переключателя  $SA$  неравноценны. Это объясняется тем, что вольтметр, включенный до амперметра при положении 1 переключателя  $SA$ , показывает суммарное падение напряжения на амперметре

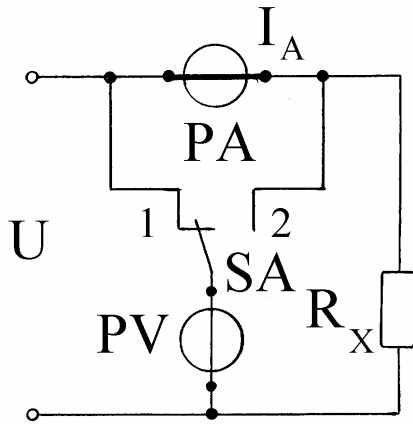


Рис. 1.3

и на измеряемом сопротивлении. Поэтому результаты измерений превышают действительное значение сопротивления.

При положении 2 переключателя  $SA$  амперметр показывает силу тока, большую действительной на значение силы тока, протекающего через вольтметр.

Таким образом, при известном входном сопротивлении приборов можно использовать любую из рассмотренных схем для определения значения  $R_x$ .

Если сопротивления приборов неизвестны, то для определения малых сопротивлений измерения целесообразно производить при положении 2 переключателя  $SA$ ; а для определения средних сопротивлений измерения следует производить при положении 1 переключателя  $SA$ .

## 2. ИЗМЕРЕНИЕ БОЛЬШИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Большие сопротивления можно измерить, исследуя процесс заряда конденсатора через объект с неизвестным сопротивлением  $R_x$  с последующим измерением

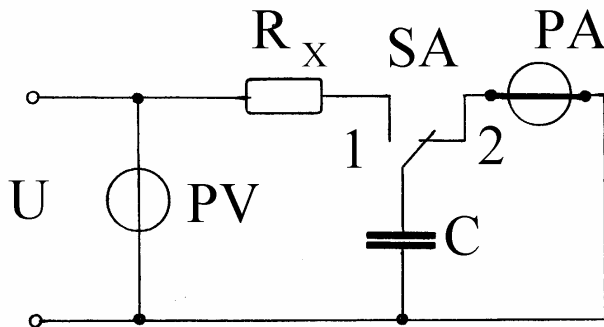


Рис.2.1.

накопленного в конденсаторе  $C$  заряда  $Q$  за время  $t$ . Для выполнения измерений переключатель  $SA$  на время  $t$  устанавливают в положение 1 (рис.2.1). За это время конденсатор  $C$  получает количество электричества  $Q = U \cdot C \cdot \{1 - \exp[-t/(R_x \cdot C)]\}$ . Затем переключатель  $SA$  переводят в положение 2.

Первое максимальное отклонение баллистического гальванометра равно:

$$\alpha_{1m} = Q/C_Q,$$

где  $C_Q$  – баллистическая постоянная гальванометра. Следовательно  $C_Q \cdot \alpha_{1m} = Q$ , то есть

$$C_Q \cdot \alpha_{1m} = U \cdot C \cdot \{1 - \exp[-t/(R_x \cdot C)]\}.$$

Таким образом,

$$C_Q \cdot \alpha_{1m} = U \cdot C - U \cdot C \cdot \exp[-t/(R_x \cdot C)];$$

$$\exp[-t/(R_x \cdot C)] = 1 - C_Q \cdot \alpha_{1m} / U \cdot C;$$

$$-t/(R_x \cdot C) = \ln[(U \cdot C - C_Q \cdot \alpha_{1m}) / U \cdot C];$$

окончательно:

$$R_x = (t/C) \cdot \ln[U \cdot C / (U \cdot C - C_Q \cdot \alpha_{1m})],$$

или

$$R_x \approx (t \cdot U) / (C_Q \cdot \alpha_{1m})$$

при

$$t \ll R_x \cdot C.$$

Для выполнения измерений таким способом требуется конденсатор с хорошим сопротивлением изоляции.

Рассмотренные выше косвенные методы измерения сопротивления постоянному току легко реализуются, но не отличаются высокой точностью. Преимущество метода измерения сопротивления амперметром и вольтметром заключается в том, что в процессе измерения  $R_x$  объект поставлен в условия Рабочего режима.

Непосредственно и быстро сопротивление может быть измерено с помощью омметра.

### 3. ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОММЕТРОМ

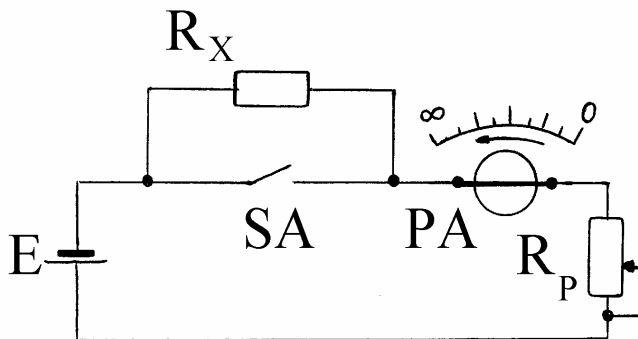


Рис.3.1.

Омметры – приборы непосредственной оценки, предназначенные для измерения сопротивления до нескольких килоом. Принципиальные схемы омметров приведены на рис.3.1 и рис.3.2. Магнитоэлектрический миллиамперметр  $PA$ , используемый в приборе, включают последовательно (рис.3.1) или параллельно (рис.3.2) резистору с неизвестным сопротивлением. После подключения прибора к источнику пита-

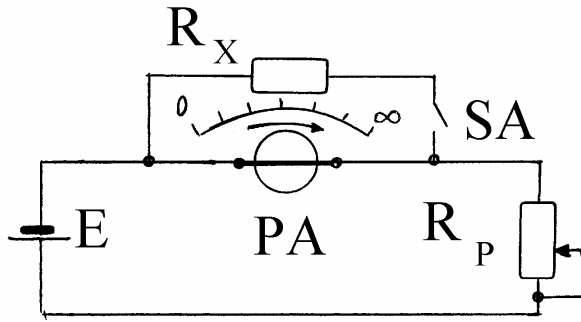


Рис.3.2.

ния при замкнутом (рис.3,1) или разомкнутом (рис.3.2) контакте SA указатель прибора PA при помощи переменного резистора  $R_p$  устанавливают в нулевое положение. После переключения контакта SA подвижная часть миллиамперметра под действием тока источника питания перемещается на угол, зависящий от измеряемого сопротивления.

Для измерения сопротивлений, превышающих  $1000 \text{ Ом}$ , применяют последовательную схему (рис.3.1). При этом угол отклонения подвижной части прибора обратно пропорционален величине  $R_x$ :

$$\alpha = S_I I = S_I [E / (R + R_{PA} + R_x)],$$

где  $S_I$  – чувствительность прибора по току,  $R_{PA}$  – его входное сопротивление. Шкалу омметра градуируют непосредственно в омах, поэтому у последовательной схемы омметра нулевая отметка расположена справа.

Для измерения меньших сопротивлений используют параллельную схему омметра (рис.3.2). В этом случае угол отклонения стрелки пропорционален  $R_x$  и нулевая отметка шкалы такого прибора расположена слева.

Основным недостатком рассмотренных приборов является зависимость показаний от напряжения источника питания. Это требует постоянного контроля нулевого показания перед каждым измерением.

Для уменьшения влияния нестабильности питания на показания приборов омметры собирают с использованием логометрических измерительных механизмов.

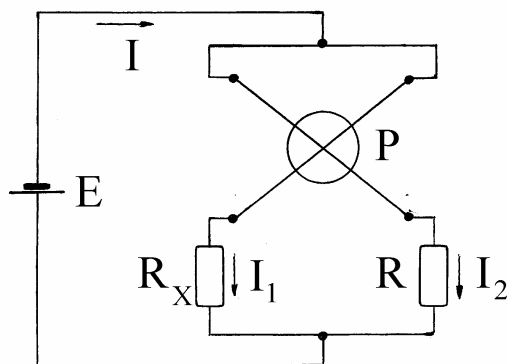


Рис.3.3.

Две подвижные катушки измерительного механизма подключены к общему источнику, а резистор  $R_x$ , сопротивление которого требуется измерить, включен в цепь одной из катушек (рис.3.3). Измеряемое сопротивление  $R_x$  может быть включено последовательно с одной из рамок логометра, или параллельно. Если токи  $I_1$  и  $I_2$  цепи рамок выразить в виде:  $I_1 = E / (R_x + R_p)$  и  $I_2 = E / (R + R_p)$ , где  $R_p$  – сопротивление рамки логометра, то уравнение шкалы

омметра можно записать в виде:

$$\alpha = F(I_1 / I_2) = F[(R + R_p) / (R_x + R_p)] = F_1(R_x).$$

Диапазон измерений выбирают при помощи резистора  $R$ . Более точное измерение сопротивления достигается с помощью схем сравнения.

## 4. МОСТОВЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ

### 4.1. Одинарный мост

Для измерения средних сопротивлений используют одинарный мост постоянного тока (рис.4.1).

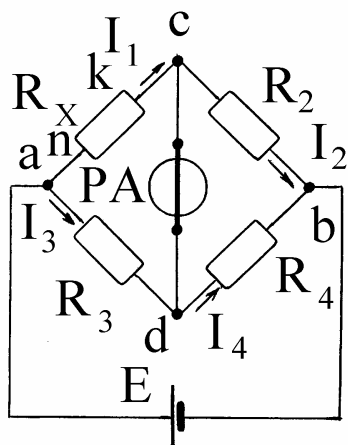


Рис.4.1.

В одно плечо моста включают резистор с измеряемым сопротивлением  $R_x$ , а в три других плеча – резисторы с известными регулирующими сопротивлениями  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ . К диагонали  $ab$  моста подключен источник питания  $E$ , а к диагонали  $cd$  – магнитоэлектрический гальванометр  $PA$ .

Для измерения величины  $R_x$  сопротивления  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  подбирают так, чтобы ток через гальванометр был равен нулю. В этом случае потенциалы точек  $c$  и  $d$  одинаковы ( $\varphi_c = \varphi_d$ ), то есть мост находится в равновесии. При этом  $I_1 = I_2$ ;  $I_3 = I_4$  и  $R_x \cdot I_1 = R_3 \cdot I_3$ ;  $R_2 \cdot I_2 = R_4 \cdot I_4$ .

Разделив последние два уравнения одно на другое, получим:

$$R_x / R_2 = R_3 / R_4,$$

или

$$R_x = R_2 \cdot (R_3 / R_4).$$

Полученное выражение называется уравнением равновесия моста.

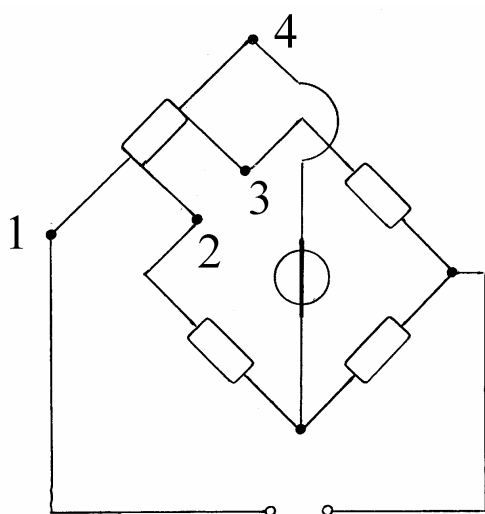


Рис.4.2.

Если измеряемое сопротивление  $R_x$  мало, то при включении его в схему моста на рис.4.1 возникает погрешность вследствие влияния сопротивлений соединительных проводов  $an$  и  $kc$ , а также переходных сопротивлений контактов в узлах плеча  $ac$  (эти сопротивления имеют порядок сотых долей ома).

Для более точного измерения малых сопротивлений некоторые типы мостов (например,  $MO-62$  или  $P 333$ ) допускают наряду с двухзажимным включением средних сопротивлений четырехзажим-



ное включение резисторов с малым сопротивлением (рис.4.2). Здесь цифрами 1 и 4 обозначены токовые зажимы, а цифрами 2 и 3 – потенциальные зажимы резистора  $R_X$ . Сопротивления соединительных проводов ( $an$  и  $kc$  на рис.4.1) не влияют на точность измерения, так как в схеме на рис.4.2 они включены в диагонали моста.

Более точные измерения малых сопротивлений в лабораторных условиях выполняют с помощью двойного моста.

#### 4.2. Двойной мост

Анализ работы схемы двойного моста (рис.4.3) удобнее выполнять, предварительно заменив треугольник сопротивлений  $R_3, R_4, R_5$  на эквивалентную звезду (рис.4.4).

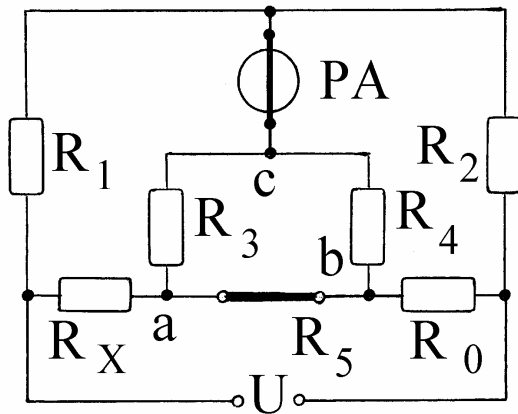


Рис.4.3.

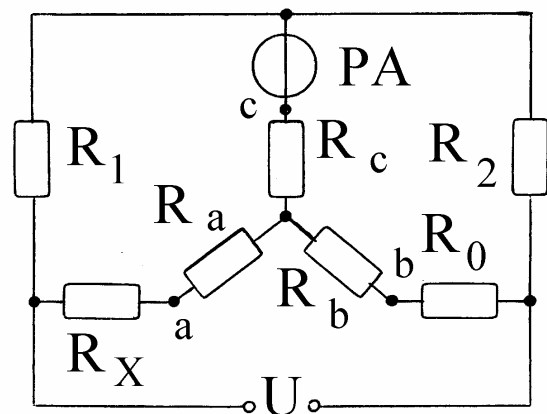


Рис.4.4.

Преобразованная схема (рис.4.4) представляет собой четырехплечий мост (аналогичный мосту на рис.4.1). Мост уравновешен при условии:

$$R_1 \cdot (R_0 + R_b) = R_2 \cdot (R_X + R_a).$$

Здесь сопротивления  $R_a$  и  $R_b$  определяются выражениями:

$$R_a = (R_3 \cdot R_5) / (R_3 + R_4 + R_5);$$

$$R_b = (R_4 \cdot R_5) / (R_3 + R_4 + R_5).$$

Подстановка этих выражений в уравнение равновесия моста дает:

$$R_1 \cdot [R_0 + (R_4 \cdot R_5) / (R_3 + R_4 + R_5)] = R_2 \cdot [R_X + (R_3 \cdot R_5) / (R_3 + R_4 + R_5)];$$

следовательно

$$R_1 \cdot [R_0(R_3 + R_4 + R_5) + R_4 \cdot R_5] / (R_3 + R_4 + R_5) = R_2 \cdot [R_X(R_3 + R_4 + R_5) + R_3 \cdot R_5] / (R_3 + R_4 + R_5),$$

$$R_2 \cdot R_X \cdot (R_3 + R_4 + R_5) = R_1 \cdot R_0 \cdot (R_3 + R_4 + R_5) + R_1 \cdot R_4 \cdot R_5 - R_2 \cdot R_3 \cdot R_5;$$

$$R_X = (R_1 \cdot R_0) / R_2 + [R_5 / (R_3 + R_4 + R_5)] \cdot [(R_1 \cdot R_4 / R_2) - (R_2 \cdot R_3 / R_2)];$$

окончательно:

$$R_X = (R_1 \cdot R_0) / R_2 + (R_4 \cdot R_5) \cdot [(R_1 / R_2) - (R_3 / R_4)] / (R_3 + R_4 + R_5).$$

При выполнении условия  $R_1 / R_2 = R_3 / R_4$  второе слагаемое последнего уравнения обращается в ноль и измеряемое сопротивление определяется по упрощенной формуле:

$$R_X = (R_1 \cdot R_0) / R_2.$$

Для того чтобы неточность выполнения равенства  $R_1 / R_2 = R_3 / R_4$  не давала заметной погрешности, сопротивление  $R_5$  соединительного провода должно быть достаточно малым, а сопротивления  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , наоборот, должны быть большими (по крайней мере, не меньше  $10 \text{ Ом}$ ), что позволяет исключить погрешности, обусловленные сопротивлениями соединительных проводов схемы.

При  $R_x = 10^{-5} \dots 10^{-6} \text{ Ом}$  погрешность при измерении с помощью двойного моста не превышает  $\pm 1\%$ , а при измерении сопротивлений  $R_x > 10^{-3} \text{ Ом}$  погрешность не превышает  $\pm 0,05\%$ .

## 5. МОСТОВЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЕМКОСТИ И ИНДУКТИВНОСТИ

Для измерения индуктивности и емкости наиболее широко применяются мосты переменного тока.

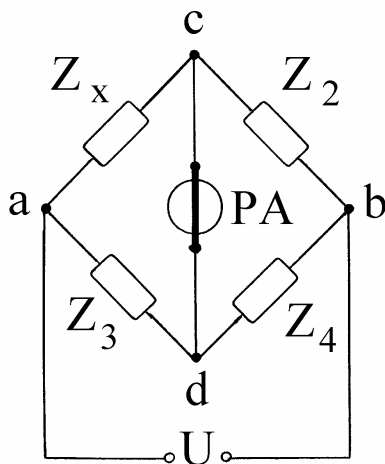


Рис.5.1.

При равновесии моста, когда ток в диагонали  $cd$  моста равен нулю, комплексные сопротивления в плечах моста связаны соотношением:  $Z_x \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3$ , следовательно,

$$Z_x = Z_2 \cdot (Z_3 / Z_4).$$

Для измерения емкости  $C_x$  конденсатора без потерь служит мост переменного тока, схема которого приведена на рис.5.2. Здесь  $Z_x = 1/i \cdot \omega \cdot C_x$ ;  $Z_2 = 1/i \cdot \omega \cdot C_0$ ;  $Z_3 = R_3$ ;  $Z_4 = R_4$ . Подстановка этих значений в уравнение равновесия моста дает:  $(1/C_x) = (1/C_0) \cdot (R_3 / R_4)$ ; следовательно,  $C_x = C_0 \cdot (R_4 / R_3)$ .

Для конденсаторов с потерями измерение его емкости, добротности  $Q$  и тангенса угла потерь  $\text{tg} \delta$  может быть выполнено по

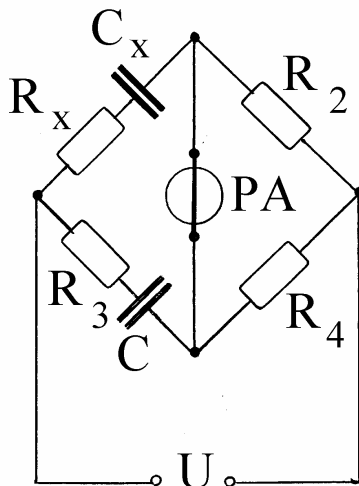


Рис.5.3.

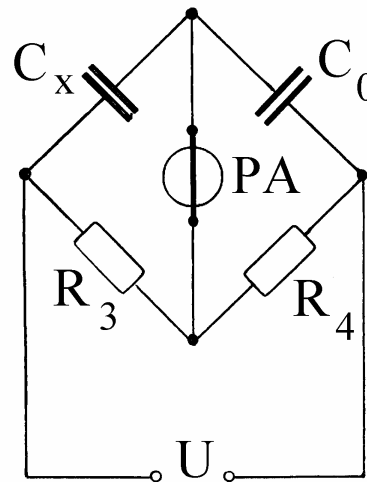


Рис.5.2.

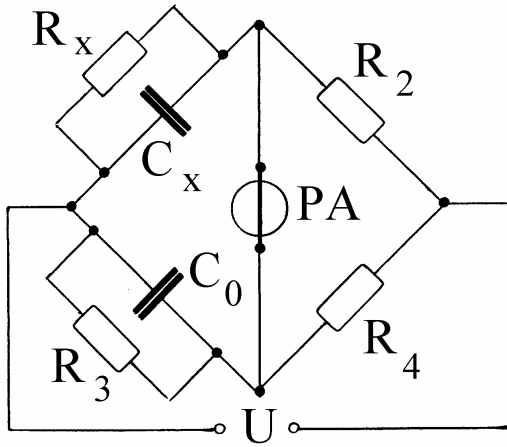


Рис.5.4.

схемам, представленным на рис.5.3 и 5.4. Для конденсатора с малыми потерями, что соответствует последовательной схеме замещения (рис.5.3) сопротивления в плечах схемы равны:  $Z_x = R_x + (1/i \cdot \omega \cdot C_x)$ ;  $Z_3 = R_3 + (1/i \cdot \omega \cdot C_0)$ ;  $Z_4 = R_4$ ;  $Z_2 = R_2$ . Подстановка этих выражений в уравнение равновесия моста и последующее разделение действительной и мнимой части, позволяет определить емкость и сопротивление конденсатора:  $C_x = C_0 \cdot (R_4 / R_2)$ ;  $R_x = R_3 \cdot (R_2 / R_4)$ .

Добротность равна:

$$Q = [1/(\omega \cdot C_x) / R_x] = (\omega \cdot C_x \cdot R_x)^{-1} = (\omega \cdot C_0 \cdot R_3)^{-1}.$$

Тангенс угла потерь при последовательной схеме замещения конденсатора характеризуется следующим выражением:

$$\operatorname{tg} \delta = \omega \cdot R_x \cdot C_x = \omega \cdot R_3 \cdot (R_2 / R_4) \cdot C_0 \cdot (R_4 / R_2) = \omega \cdot R_3 \cdot C_0.$$

Для конденсатора с большими потерями, то есть при параллельной схеме замещения (рис.5.4) комплексные сопротивления в плечах моста равны:  $(1/Z_x) = (1/R_x) + i \cdot \omega \cdot C_x$ ;  $Z_2 = R_2$ ;  $Z_4 = R_4$ ;  $(1/Z_3) = (1/R_3) + i \cdot \omega \cdot C_3$ . Подстановка этих выражений в уравнение равновесия моста и разделение действительной и мнимой части, позволяет выразить емкость и сопротивление конденсатора:

$$Z_2 / Z_x = Z_4 / Z_3;$$

$$R_2 \cdot [(1/R_x) + i \cdot \omega \cdot C_x] = R_4 \cdot [(1/R_3) + i \cdot \omega \cdot C_3];$$

$$(R_2 / R_x) + i \cdot \omega \cdot C_x \cdot R_2 = (R_4 / R_3) + i \cdot \omega \cdot C_3 \cdot R_4;$$

окончательно:

$$R_x = R_3 \cdot (R_2 / R_4);$$

$$C_x = C_0 \cdot (R_4 / R_2).$$

Добротность параллельной схемы равна:

$$Q = \omega \cdot C_0 \cdot R_3;$$

тангенс угла потерь равен:

$$\operatorname{tg} \delta = (\omega \cdot C_0 \cdot R_3).$$

Параметры индуктивной катушки определяются с помощью моста переменного тока, в котором индуктивность и магазин емкостей включены в противоположные плечи (рис.5.5). Сопротивления в плечах моста равны:  $Z_x = R_x + i \cdot \omega \cdot L_x$ ;  $Z_2 = R_2$ ;  $Z_3 = R_3$ ;  $Z_4 = [(1/R_4) + i \cdot \omega \cdot C_0]^{-1}$ .

Подстановка этих выражений в уравнение равновесия моста с последующим разделением действительной и мнимой части позволяет выразить индуктивность и сопротивление катушки:

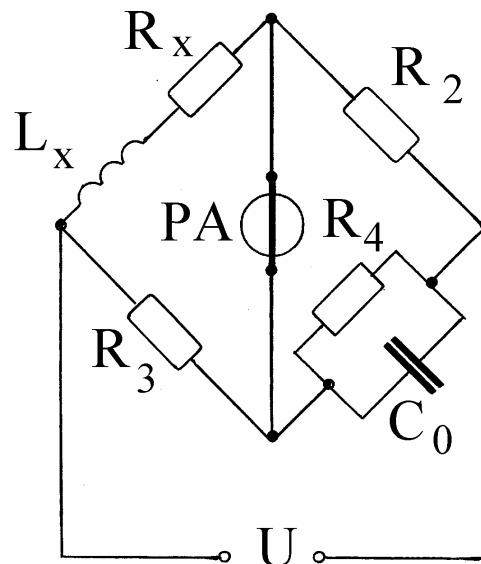


Рис.5.5.

$$R_x + i\omega L_x = R_2 R_3 [(1/R_4) + i\omega C_0];$$

$$R_x + i\omega L_x = (R_2 R_3 / R_4) + R_2 R_3 i\omega C_0;$$

окончательно:

$$R_x = R_2 (R_3 / R_4); \quad L_x = C_0 R_2 R_3.$$

На основе рассмотренных схем строят универсальные мосты переменного тока (мосты типа МИЕП). Они позволяют производить измерения емкости, индуктивности, активного сопротивления, добротности и тангенса угла потерь и работают, как правило, на одной или двух фиксированных частотах в диапазоне от 100 до 1000 Гц. Для перехода от одного режима к другому переключают рабочие элементы в плечах моста. Примером универсального моста может служить прибор *E7-11*, обеспечивающий измерение параметров компонентов в широких пределах.

Для измерения параметров компонентов широко применяют также трансформаторные мосты. Преимущества таких мостов особенно заметны при измерении малых емкостей, индуктивностей или сопротивлений, когда применение четырехплечих мостов приводит к большим погрешностям.

Одна из распространенных схем трансформаторного моста, представленная на рис.5.6, состоит из трансформатора напряжения *ТрН*, измеряемого  $Z_x$  и рабочего (образцового)  $Z_0$  сопротивлений и трансформатора тока *ТрТ*. Вторичные обмотки трансформатора напряжения с числами витков  $n_1$  и  $n_2$  включены согласно; первичные обмотки трансформатора тока с числами витков  $n_3$  и  $n_4$  включены встречно.

Оба трансформатора выполняют с сильной индуктивной связью между обмотками, причем напряжения  $U_1$  и  $U_2$  синфазны, а их отношение равно отношению чисел витков в обмотках:  $U_1 / U_2 = n_1 / n_2$ . Напряжение на выходе схемы  $U_{\text{вых}} = 0$  при

$$I_x \cdot n_3 = I_0 \cdot n_4. \quad (1)$$

Полагая, что  $I_x = U_1 / Z_x$  и  $I_0 = U_2 / Z_0$ , из условия равновесия (1), можно получить выражение для неизвестного сопротивления:

$$Z_x = Z_0 \cdot n_1 \cdot n_3 / (n_2 \cdot n_4). \quad (2)$$

Как следует из формулы (2), трансформаторный мост можно уравнивать изменением составляющих полного сопротивления  $Z_0$  и чисел витков в обмотках.

При измерении активных сопротивлений, емкостей и индуктивностей с малыми активными потерями рабочий элемент выполняют постоянным, а мост уравнивают изменением чисел витков в соответствующих обмотках.

Рассмотренные выше принципы работы определяют высокие метрологические характеристики трансформаторных мостов: отношение наибольшего

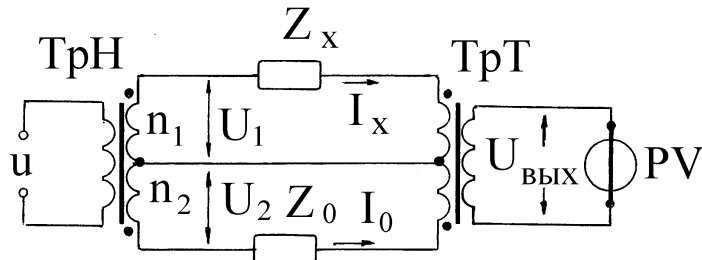


Рис.5.6.

значения измеряемой величины к наименьшему достигает  $10^7$ ; погрешность измерений в диапазоне звуковых частот составляет  $\approx 0,1\%$ . Применение трансформаторов с ферритовыми сердечниками позволяет повысить диапазон рабочих частот до сотен мегагерц, что дает возможность использовать их для измерений параметров компонентов на радиочастотах.

Основными источниками систематических погрешностей мостовых схем являются: а) погрешности образцовых мер (расхождение между их истинными и номинальными значениями); б) наличие паразитных электродвижущих сил в схеме, например, термоэлектрических и контактных в мостах постоянного тока и наведенных – в мостах переменного тока; в) неизбежное наличие дополнительных связей между отдельными элементами схемы, между элементами и землей, что всегда обуславливает появление паразитных токов утечки. Нейтрализация перечисленных источников погрешностей измерений осуществляют проведением контрольных измерений, позволяющих обнаружить и учесть или устранить эти источники.

Наиболее распространенными способами исключения погрешностей мостовых схем являются: компенсация погрешности по знаку, метод замещения, экранирование элементов и отдельных узлов моста. Первый из них позволяет исключить погрешности, вызываемые паразитными термоэлектрическими и контактными разностями потенциалов. Он заключается в двукратном измерении при измененных условиях, например, при переключении направления тока питания. Полусумма этих отсчетов не содержит погрешности.

Второй метод заключается в замещении измеряемой величины равной ей образцовой. В этом случае неизменность режима схемы возможна при полном равенстве образцовой и измеряемой величины. Недостатком этого метода является необходимость использования дополнительного образцового элемента – меры. Достоинством метода следует считать его применимость в мостах как постоянного, так и переменного тока.

## 6. РЕЗОНАНСНЫЕ СХЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЦЕПЕЙ

При использовании резонансного метода измерительной схемой является колебательный контур, состоящий из рабочих элементов и исследуемого компонента. В качестве рабочих элементов используют индуктивную катушку и конденсатор переменной емкости.

Резонансные измерения могут производиться в широком диапазоне частот – от нескольких десятков килогерц до сотен мегагерц. При этом определяют действующие значения параметров, то есть фактические значения сопротивления, индуктивности или емкости на зажимах исследуемого элемента при данной частоте измерений.

Действующее значение сопротивления отличается от сопротивления, измеренного при постоянном токе, вследствие влияния поверхностного эффекта.

Действующее значение индуктивности катушки отличается от величины, измеренной на низкой частоте, например, мостовым методом, вследствие влияния распределенной межвитковой емкости. Учитывая, что эта емкость ( $C_k$ ) включена параллельно индуктивности ( $L_k$ ) и активному сопротивлению катушки ( $R_k$ ), можно найти действующее значение индуктивности (рис.6.1.а):

$$L_d = L_k / [1 - (\omega/\omega_{0k})^2],$$

где  $\omega_{0k} = 1/(L_k \cdot C_k)^{0,5}$  - угловая резонансная частота катушки. Характер зависимости  $L_d$  от  $\omega/\omega_{0k}$  представлен на рис.6.1.б.

Действующее значение емкости конденсатора также существенно зависит от частоты, поскольку на высоких частотах существенную роль играют индуктивности вводов. С повышением частоты индуктивное сопротивление вводов возрастает, увеличивая фактическую емкость на зажимах конденсатора. Таким образом, с помощью резонансных схем целесообразно измерять параметры компонентов цепей, работающих на высоких частотах. Причем для определения истинных параметров исследуемых элементов измерения следует выполнять на частоте, равной рабочей частоте схемы, в которой предполагается использовать данные элементы.

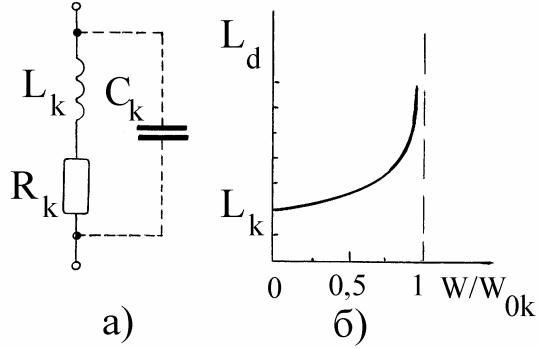


Рис.6.1.

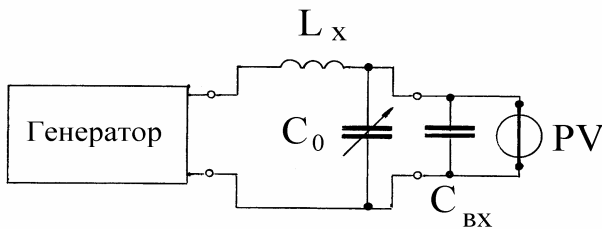


Рис.6.2.

Схему настраивают в резонанс изменением частоты  $f$  генератора или емкости  $C_0$  конденсатора переменной емкости. Если измерения должны производиться на рабочей частоте исследуемой катушки, устанавливают частоту генератора  $f = f_{раб}$  и настраивают схему изменением емкости конденсатора. При резонансе, то есть при максимальном показании вольтметра, отсчитывают частоту генератора и емкость рабочего конденсатора. Измеряемую индуктивность  $L_x$  находят подстановкой значения резонансной частоты  $f$  и емкости  $C_0$  конденсатора в формулу Томсона:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot (L_x \cdot C_0)^{0,5}; \quad 1/f = 2 \cdot \pi \cdot (L_x \cdot C_0)^{0,5};$$

окончательно

$$L_x = 1 / [(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot C_0].$$

Аналогично, используя рабочую катушку индуктивностью  $L_0$  и измеряя резонансную частоту  $f$ , определяют неизвестную емкость:

Катушку с неизвестной индуктивностью  $L_x$  включают по схеме последовательного контура с конденсатором переменной емкости  $C_0$  (рис.6.2). Индикатором резонанса является вольтметр с большим входным сопротивлением в рабочем

$$C_x = 1 / [(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot L_0].$$

Данный способ измерения емкости и индуктивности прост и универсален и может применяться в широком диапазоне частот, но не отличается высокой точностью.

Основными источниками погрешностей данного способа измерений являются:

а) влияние остаточных параметров схемы, к которым относятся входная емкость вольтметра, индуктивность соединительных проводов, емкость между элементами схемы;

б) неточность отсчета частоты генератора. При резонансных измерениях используют генераторы, работающие в широком диапазоне частот. С увеличением диапазона уменьшается точность градуировки шкалы и возрастает нестабильность частоты генератора. Это приводит к увеличению погрешности при отсчете частоты;

в) неточность отсчета момента резонанса. Вследствие этого при отсчете резонансного значения емкости появляется погрешность, зависящая от ширины резонансной кривой измерительного контура и разрешающей способности вольтметра.

Для уменьшения ошибки, связанной с неточностью определения момента резонанса в схеме, применяют двойной отсчет (рис.6.3). Резонансное значение емкости рабочего конденсатора вычисляют по формуле:  $C_0 = (C' + C'') / 2$ , где  $C'$  и  $C''$  – емкости, отсчитанные при одинаковых показаниях вольтметра в области наибольшей крутизны резонансной кривой.

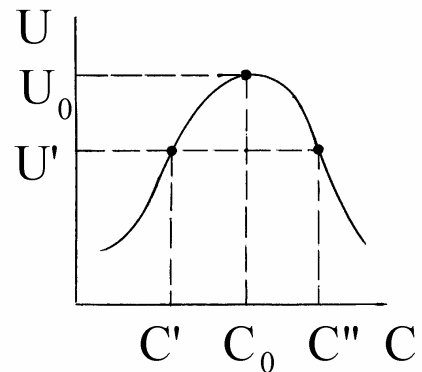


Рис.6.3.

## 7. ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ МЕТОДОМ ЗАМЕЩЕНИЯ

### 7.1. Измерение емкости

Схема для измерения малых емкостей приведена на рис.7.1. Первое измерение производят без неизвестной емкости. Установив требуемую частоту генератора, включают вспомогательную индуктивную катушку  $L$  и настраивают схему в резонанс изменением емкости рабочего конденсатора.

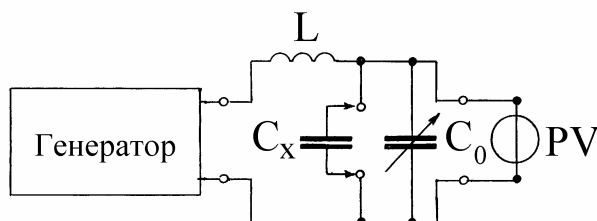


Рис.7.1.

При втором измерении параллельно рабочему кон-

денсатору подключают неизвестную емкость и схему вновь настраивают в резонанс, уменьшая емкость рабочего конденсатора. Частота генератора при этом остается неизменной. Измеряемая емкость равна

$$C_x = C_{01} - C_{02},$$

$C_{01}$  и  $C_{02}$  – емкости рабочего конденсатора при первом и втором измерениях соответственно.

Из схемы рис.7.1 следует, что входная емкость вольтметра, емкость монтажа и прочие остаточные параметры не влияют на результаты измерений. Погрешность измерения определяется неточностью отсчета значений  $C_{01}$  и  $C_{02}$ .

Схема, представленная на рис.7.1, пригодна для измерения небольших емкостей ( $C_x < C_{0 \max}$ ). Если измеряемая емкость больше максимальной емкости рабочего конденсатора, применяют схему, приведенную на рис.7.2.

Измерения производят дважды. Сначала настраивают в резонанс контур с короткозамыкающей перемычкой между зажимами  $a$  и  $b$ . Затем между зажимами  $a$  и  $b$  включают неизвестную емкость и схему снова настраивают в резонанс, изменяя емкость рабочего конденсатора. Резонансная частота контура при первом и втором измерениях определяется выражениями:

$$f_0 = 1 / [2 \cdot \pi \cdot (L \cdot C_{01})^{0,5}];$$

$$f_0 = 1 / \{2 \cdot \pi \cdot [L \cdot C_x \cdot C_{02} / (C_x + C_{02})]^{0,5}\}.$$

Приравняв правые части этих уравнений, после очевидных преобразований, можно получить:

$$C_x = C_{01} \cdot C_{02} / (C_{02} - C_{01}).$$

Как и в предыдущей схеме, погрешность измерения определяется в основном неточностью отсчета емкости по шкале рабочего конденсатора.

При измерениях необходимо следить за тем, чтобы значения  $C_{01}$  и  $C_{02}$  достаточно заметно отличались друг от друга. При  $C_{01} \approx C_{02}$  погрешность измерений резко возрастает.

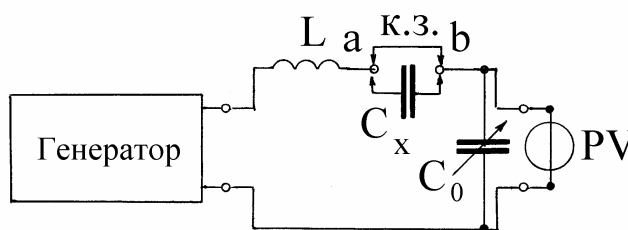


Рис.7.2.

## 7.2. Измерение индуктивности

При измерении индуктивности непосредственно реализовать замещение не удается в связи с трудностью изготовления образцовых рабочих катушек с переменной индуктивностью. Однако можно использовать схемы, применение которых существенно уменьшит погрешность измерений. В этих схемах измеряемую индуктивность замещают емкостью образцового рабочего конденсатора переменной емкости.



Для измерения малых индуктивностей применяют схему, приведенную на рис.7.3.

Первое измерение производят с короткозамыкающей перемычкой между зажимами *a* и *b*. Установив частоту генератора, равной частоте исследуемой катушки, схему настраивают в резонанс изменением емкости рабочего конденсатора. Момент резонанса определяют по максимальному показанию вольтметра.

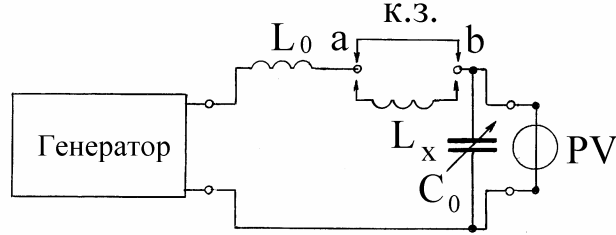


Рис.7.3.

При резонансе частота генератора равна резонансной частоте контура:

$$f=f_0=1/[2\cdot\pi\cdot(L_0\cdot C_{01})^{0,5}].$$

При втором измерении между зажимами *a* и *b* включают неизвестную индуктивность. Изменяя емкость рабочего конденсатора при постоянной частоте генератора, схему снова настраивают в резонанс. При этом резонансная частота определяется выражением:

$$f=f_0=1/[2\cdot\pi\cdot[(L_0+L_x)\cdot C_{02}]^{0,5}].$$

Приравнявая правые части двух последних равенств и выполняя несложные преобразования, получим:

$$L_x=L_0\cdot[(C_{01}/C_{02})-1].$$

Если индуктивность  $L_0$  неизвестна, то измеряемую индуктивность рассчитывают по формуле:

$$L_x=1/(2\cdot\pi\cdot f)^2\cdot[(1/C_{02})-(1/C_{01})].$$

Погрешность измерения индуктивности данным методом связана, в основном, с неточностью отсчета значений  $C_{01}$  и  $C_{02}$ . При  $C_{01}\approx C_{02}$  погрешность резко возрастает. Минимальная погрешность получается при  $L_x\approx L_0$ .

Для измерения больших индуктивностей используют схему, приведенную на рис.7.4.

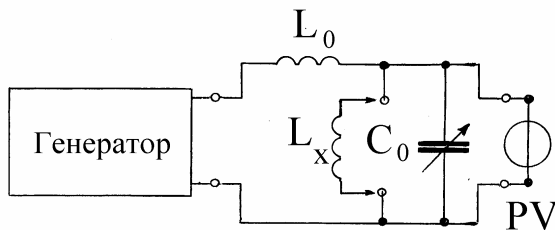


Рис.7.4.

Изменяя емкость рабочего образцового конденсатора  $C_0$ , схему дважды настраивают в резонанс. При резонансе и отключенной индуктивности  $L_x$  определяют значение емкости  $C_{01}$ . В этом случае резонансная частота определяется соотношением:

$$f=f_0=1/[2\cdot\pi\cdot(L_0\cdot C_{01})^{0,5}].$$

При подключенной индуктивности  $L_x$  схему вновь настраивают в резонанс и отсчитывают значение резонансной емкости  $C_{02}$ . При этом резонансная частота равна:

$$f=f_0=1/[2\cdot\pi\cdot[L_0\cdot L_x\cdot C_{02}/(L_0+L_x)]^{0,5}].$$

Приравнявая правые части двух последних уравнений, получим выражение неизвестной индуктивности:

$$L_x = L_0 \cdot C_{01} / (C_{02} - C_{01}).$$

В данном случае погрешность определения индуктивности также обусловлена неточностью отсчета значений  $C_{01}$  и  $C_{02}$ . Наиболее точные результаты получаются при условии  $L_x \approx L_0$ .

В рассмотренных схемах взаимная индуктивность катушек должна быть пренебрежимо мала.

## 8. ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛНОЙ ПРОВОДИМОСТИ

В схеме рис.8.1 для измерения полной проводимости использован параллельный измерительный контур, состоящий из рабочих элементов и исследуемой цепи. Исследуемая цепь содержит соединенные параллельно активную  $G_x$  и реактивную  $B_x$  проводимость. Для обеспечения увеличения напряжения в контуре при резонансе его включают через конденсатор связи.

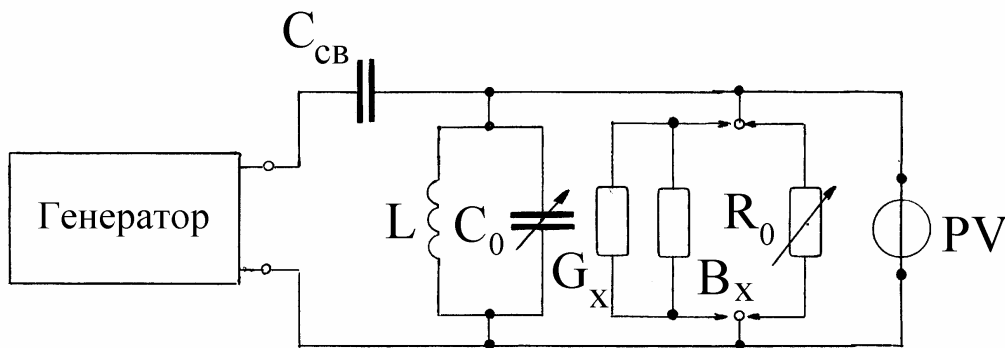


Рис.8.1

При выполнении измерений предварительно устанавливают заданную частоту  $f$  генератора, подключают исследуемую цепь и настраивают схему в резонанс изменением емкости рабочего конденсатора. При резонансе отсчитывают значение емкости  $C_{01}$  и показание вольтметра  $PV$ . Затем вместо исследуемой цепи включают рабочий резистор  $R_0$  и снова настраивают схему в резонанс изменением емкости рабочего конденсатора. Меняя сопротивление рабочего резистора, добиваются прежнего показания вольтметра и отсчитывают значения  $C_{02}$  и  $R_0$ . Частота генератора в процессе измерений должна оставаться неизменной.

Активная составляющая полной проводимости равна:

$$G_x = 1/R_0.$$

Модуль и знак реактивной составляющей определяются выражением:

$$B_x = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (C_{02} - C_{01}).$$

Если  $(C_{02} - C_{01}) > 0$ , то реактивная составляющая имеет емкостный характер, а эквивалентная емкость равна

$$C_x = C_{02} - C_{01}.$$

Если  $C_{02} - C_{01} < 0$ , то реактивная составляющая имеет индуктивный характер. Эквивалентная индуктивность рассчитывается по формуле:

$$L_x = 1/[ (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot (C_{01} - C_{02}) ].$$

Результаты измерения и расчета определяют параметры эквивалентной схемы исследуемой цепи.

## 9. ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Задача определения сопротивления резистора на заданной частоте может быть решена резонансным методом. Измерение активного сопротивления резонансным методом выполняется в три операции. В первой операции генератор высокой частоты (ГВЧ) настраивают на частоту  $f$ , на которой требуется измерить сопротивление резистора. При этом контур, содержащий индуктивность  $L$  и образцовый конденсатор  $C_{об}$ , при закороченных зажимах 1-2 и 3-4 настраивают в резонанс на частоте  $f$  изменением емкости  $C_{об}$  (рис.9.1). При этом показание ЛВ определяется выражением:

$$U_{p1} = (E/r) \cdot (1/\omega \cdot C_p)_z$$

где  $r$  – активное сопротивление контура,  $C_p$  – образцовая емкость при резонансе,  $E = \omega \cdot I_1 \cdot M$  – электродвижущая сила, наведенная в измерительном контуре током  $I$  генератора ГВЧ при взаимной индуктивности между катушками  $L_0$  и  $L$ , равной  $M$ .

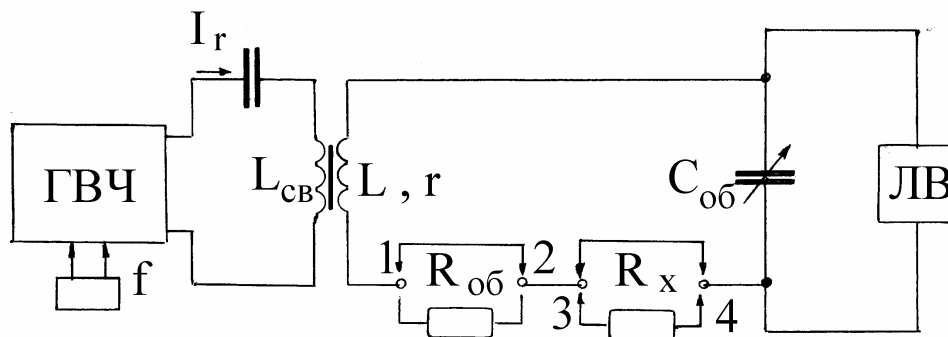


Рис.9.1.

Во второй операции к зажимам 1 – 2 подключают образцовый резистор  $R_{об}$ , сопротивление которого должно иметь тот же порядок, что и  $r$ . Затем контур настраивают в резонанс на частоте ГВЧ изменением емкости  $C_{об}$  конденсатора, и фиксируют новое показание ЛВ:

$$U_{p2} = [E/(r + R_{об})] \cdot (1/\omega \cdot C_p).$$

В третьей операции зажимы 1 – 2 закорачивают, а к зажимам 3 – 4 подключают измеряемый резистор  $R_x$  (рис.9.1). Показание ЛВ в этом случае определяется соотношением:

$$U_{p3} = [E / (r + R_x)] \cdot (1 / \omega \cdot C_p).$$

Совместное решение последних трех уравнений позволяет выразить активное сопротивление в виде:

$$R_x = R_{об} \cdot [U_{p2} \cdot (U_{p1} - U_{p3})] / [U_{p3} \cdot (U_{p1} - U_{p2})].$$

Данным методом можно измерять только относительно небольшие сопротивления  $R_x$  (соизмеримые с величиной  $r$ ). Если  $R_x$  превышает значение  $r$ , то измеряемое сопротивление следует подключать параллельно контуру. Проведя измерения напряжений  $U_{p1}$ ,  $U_{p2}$ ,  $U_{p3}$  методом, аналогичным методу, рассмотренному выше, можно получить выражение измеряемого сопротивления:

$$R_x' = R_{об}' \cdot [U_{p3} \cdot (U_{p1} - U_{p2})] / [U_{p2} \cdot (U_{p1} - U_{p3})].$$

Используя полученные выше уравнения, можно получить формулу для расчета сопротивления  $r$  контура:

$$r = R_{об} \cdot U_{p2} / (U_{p1} - U_{p2}).$$

Для повышения точности измерений определяют значение  $r$  при нескольких близких значениях  $C_{об}$  и за истинное принимают среднее арифметическое из полученных результатов.

Основным источником погрешностей данного метода измерений может оказаться наличие дополнительной емкостной связи между  $L_0$  и  $L$ . Для исключения этой погрешности между  $L_0$  и  $L$  ставят заземленный электростатический экран.

## 10. ИЗМЕРЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ. КУМЕТР

Одними из наиболее распространенных приборов для измерения параметров электрических цепей резонансным методом являются измерители добротности, называемые куметрами. Куметры предназначены для измерения добротности катушек, однако схемы этих приборов позволяют измерять также индуктивность катушек, емкость и тангенс угла диэлектрических потерь конденсаторов, полное сопротивление и полную проводимость цепей на радиочастотах.

На рис.10.1 приведена функциональная схема низкочастотного куметра. Основными узлами его являются перестраиваемый в задаваемом диапазоне частот генератор; измерительный контур, составленный из исследуемого компонента и рабочих элементов; электронный вольтметр, измеряющий напряжение на выходе контура.

Измерение добротности с помощью куметра основано на свойстве последовательного контура, заключающегося в том, что при резонансе напряжение

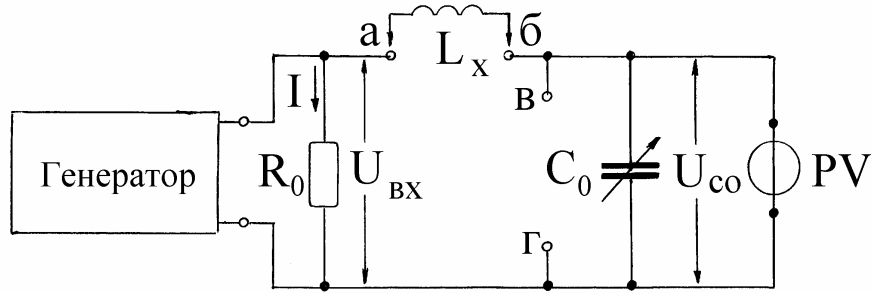


Рис.10.1.

на реактивном элементе контура в  $Q$  раз больше электродвижущей силы на его входе. Практически измеряют не электродвижущую силу, а напряжение на входе контура и напряжение на емкости  $C_0$  при резонансе. Добротность вычисляют по формуле:

$$Q = U_{co} / U_{ex} = U_{co} / (I \cdot R_0).$$

Если контур куметра состоит из исследуемой катушки и рабочего конденсатора, потери в котором пренебрежимо малы, измеренная добротность равна добротности катушки. Напряжение или ток на входе контура поддерживают постоянным. При этом возникает возможность градуировки вольтметра, измеряющего напряжение на конденсаторе, в единицах добротности.

Схему на рис.10.1 используют для измерений на низких частотах. В высокочастотных куметрах напряжение на измерительный контур подают через индуктивный или емкостный делитель. Элементом связи контура с генератором является малая индуктивность или большая емкость. Функциональная схема куметра с индуктивным делителем приведена на рис.10.2.

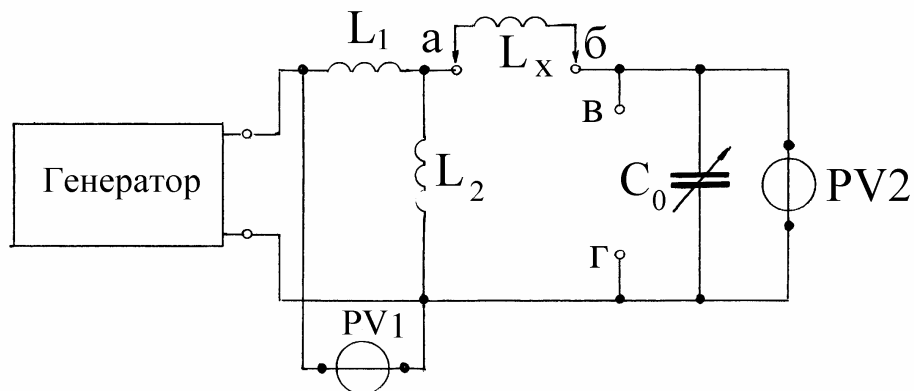


Рис.10.2

Для схемы, приведенной на рис.10.1, погрешность обусловлена сопротивлением резистора  $R_0$ . Этот резистор непосредственно входит в измерительный контур и снижает его добротность. Измеренная добротность определяется формулой:

$$Q_x = Q_k / [1 + (R_0 / R_k)],$$

где  $Q_k$  – добротность контура, составленного из  $L_x$  и  $C_0$ ;  $R_k$  – сопротивление потерь этого контура.

Из последней формулы можно получить расчетную формулу для погрешности, обусловленной влиянием  $R_0$ :

$$\Delta Q_x / Q_x \approx -R_0 / R_k.$$

Поэтому сопротивление  $R_0$  стараются сделать как можно меньше. Как правило, оно составляет порядка 0,04 – 0,05 Ом. Этот резистор должен быть безиндукционным, а сопротивление его должно слабо зависеть от температуры и частоты. В схеме рис.10.2 погрешность обусловлена индуктивностью связи  $L_2$ .

При измерении добротности на высоких частотах существенную погрешность вносят остаточные параметры схемы. На результат измерений влияют также входные сопротивления вольтметров.

Для измерения добротности катушку включают между зажимами  $a$  и  $b$  контура куметра (рис.10.1 и 10.2). Установив заданную частоту генератора, схему настраивают в резонанс изменением емкости рабочего конденсатора. Добротность катушки определяют по показаниям приборов, измеряющих напряжение на входе и выходе контура.

При резонансе определяют значения  $Q_2$  и  $C_{02}$ . Составляющие полного сопротивления рассчитывают по формулам:

$$R_x = (1/2 \cdot \pi \cdot f) \cdot [(1/C_{02} \cdot Q_2) - (1/C_{01} \cdot Q_1)];$$

$$X_x = (1/2 \cdot \pi \cdot f) \cdot [(1/C_{02}) - (1/C_{01})],$$

здесь  $f$  – частота генератора.

Область применения куметра не ограничивается рассмотренными примерами. С помощью этого прибора можно измерять индуктивность, емкость, тангенс угла потерь конденсаторов, емкость индуктивных катушек.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тартаковский Д.Ф.. Метрология, стандартизация и технические средства измерений / Д.Ф. Тартаковский, А.С.Ястребов. – М. : Высш. шк., 2002. – 208 с.
2. Сергеев А.Г. Метрология, стандартизация, сертификация / А.Г. Сергеев, М.В. Латышев, В.В. Терегеря. – М. : Логос, 2005. – 560 с.
3. Алиев Т.М. Измерительная техника / Т.М. Алиев, А.А. Тер-Хачатуров. – М. : Высш. шк., 1991. – 384 с.
4. Основы метрологических измерений /Б.Я. Авдеев [и др.]; под ред. Е.М. Душина, - Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 480 с.
5. Винокуров В.И. Электрорадиоизмерения / В.И. Винокуров, С.И. Каплин, И.Г. Петелин. – М. : Высш. шк., 1986. - 352 с.
6. Кравцов А.В. Электрические измерения / А.В. Крацов. – М. : Агропромиздат, 1988. – 240 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ АМПЕРМЕТРА И ВОЛЬТМЕТРА .....	3
1.1. Схема с одним вольтметром .....	4
1.2. Схема с одним амперметром .....	4
1.3. Схема с амперметром и вольтметром .....	4
2. ИЗМЕРЕНИЕ БОЛЬШИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ...	5
3. ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ОММЕТРОМ .....	6
4. МОСТОВЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ....	8
4.1. Одинарный мост .....	8
4.2. Двойной мост .....	9
5. МОСТОВЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЕМКОСТИ И ИНДУКТИВНОСТИ .....	10
6. МОСТОВЫЕ СХЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЦЕПЕЙ.....	13
7. ИЗМЕРЕНИЕ ИНДУКТИВНОСТИ И ЕМКОСТИ МЕТОДОМ ЗАМЕЩЕНИЯ .....	15
7.1. Измерение емкости .....	15
7.2. Измерение индуктивности .....	16
8. ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛНОЙ ПРОВОДИМОСТИ .....	18
9. ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ .....	19
10. ИЗМЕРЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ. КУМЕТР .....	20
ЛИТЕРАТУРА .....	22

Авторы: Ларионов Алексей Николаевич  
 Чернышев Вадим Викторович  
 Ларионова Нина Николаевна

Редактор: Тихомирова О.А.